Алгоритм адаптивного енергетично-циклостаціонарного виявлення шумоподібних сигналів

Ігор Дюков
науковий співробітник
Центральний науково-дослідний інститут Збройних Сил України
03049, проспект Повітряних Сил, 28 Б, Київ, Україна
e-mail: grafduck992@gmail.com
ORCID: 0000-0002-8420-864

Анотація (Abstract). Сучасні системи і засоби радіозв'язку функціонують у складній радіоелектронній обстановці. Дані системи і засоби об'єднуються в єдину мережу за допомогою цифрових засобів радіозв'язку, які все частіше використовують для передачі інформації шумоподібні сигнали. В умовах постійного моніторингу засобами радіочастотного аналізу спектру та пеленгування джерел випромінювань в ході ведення бойових дій актуальним залишається необхідність забезпечення прихованого управління силами та засобами. Таким чином, не менш актуальним постає завдання сил та засобів з виявлення, аналізу, пеленгування та подальшого контролю виявлених сигналів систем прихованого радіозв'язку. Проблемою об'єкта, на часткове вирішення якого спрямоване дослідження, є необхідність підвищення ймовірності правильного виявлення шумоподібних сигналів на фоні адитивного білого Гауссівського шуму сучасними автоматизованими засобами виявлення та аналізу. Метою статті є удосконалення алгоритму виявлення шумоподібних сигналів за рахунок використання адаптивного енергетично-циклостаціонарного пристрою виявлення. У статті розглядаються відомі методи радіовиявлення та проводиться порівняння їх ефективності щодо виявлення та аналізу параметрів шумоподібних сигналів на фоні адитивного білого Гауссівського шуму. Досліджено питання ефективності використання адаптивного енергетично-циклостаціонарного пристрою для виявлення шумоподібних сигналів систем радіозв'язку. Результати дослідження та алгоритм роботи запропонованого пристрою виявлення, який поєднує властивості енергетичного та циклостаціонарного методів виявлення, дозволяють підвищити ймовірність виявлення шумоподібних сигналів при менших значеннях співвідношення сигнал-шум.

Ключові слова (Keywords): системи радіозв'язку, шумоподібний сигнал, алгоритм, ймовірність правильного виявлення, Гауссівський шум, енергетичний пристрій виявлення, циклостаціонарний пристрій виявлення.

Вступ (Introduction)

В арміях багатьох країн світу інформаційне забезпечення командирів здійснюється з використанням автоматизованих систем управління військами (Masnoy, Sudakov, 2003). Ці системи об'єднуються в єдину мережу за допомогою цифрових засобів радіозв'язку, які використовують шумоподібні сигнали (ШПС) (Chaika, 2004). Шумоподібні сигнали мають властивість високої енергетичної прихованості від радіотехнічної розвідки (РТР), що дозволяє системі радіозв'язку (СРЗ) ефективно функціонувати при дуже малих значеннях відношення сигнал/шум (ВСШ) на вході приймача (до -30 дБ) (Borisov, Zinchuk, Lymarev et al., 2003).

Сьогодні проблема ефективного подавлення радіотехнічних засобів (РТЗ) вирішується шляхом формування перешкод на основі апостеріорної інформації про параметри їх радіосигналів. Приймачі, які застосовуються для виявлення та оцінки параметрів радіосигналів РТЗ, не забезпечують якісне виконання завдань при прийомі ШПС. Тому завдання виявлення ШПС залишається остаточно не вирішеним.

Огляд літератури (Literature review)

До пристроїв, що забезпечують виявлення ШПС можна віднести наступні їх типи: енергетичний (Varakin, 1985; Poisel, 2008; Kay, 1998; Fishman, 1992; Urkowitz, 1967), виявлення за

допомогою узгодженого фільтру (Kay, 1998; Torrieri, 2005), циклостаціонарний (Napolitano, 2012; Gardner, Spooner, 1992; Gardner, Zivanovic, 1991; Dandawate, Giannakis, 1994), виявлення з використанням власних значень(Zeng, Liang, 2009; Penna, Garello, Spirito, 2009; Cardoso, Debbah, Bianchi, Najim, 2008), виявлення на основі вейвлет-перетворень (Khmelev, Trushkov, 2014), коваріаційні методи виявлення (Zeng, Liang, 2009). Чотири останні групи методів достатньо ефективні при малих значеннях відношення сигнал/шум (ВСШ), проте вимагають проведення складних розрахунків. При вирішенні задач радіоелектронної боротьби (РЕБ) час, що витрачається на виявлення та аналіз параметрів радіосигналів, в тому числі і ШПС, повинен бути мінімальним (Perunov, Fomichev, Yudin, 2003).

Тому актуальним залишається **завдання** щодо розробки (удосконалення) методів виявлення та оцінки параметрів шумоподібних сигналів, які забезпечують оперативність прийняття рішення при низьких значеннях ВСШ в інтересах РЕБ.

Матеріали та методи (Materials and Methods)

Для виявлення ШПС в інтересах РЕБ найбільш доцільно використовувати енергетичний пристрій виявлення (Perunov, Fomichev, Yudin, 2003; Torrieri, 2005). Це відносно простий метод виявлення, але потребує точної інформації про спектральну щільність потужності шуму N_0 для визначення порогу виявлення. Більш того, невірна оцінка N_0 приводить до помилок в прийнятті рішення (Fishman, 1992).

Циклостаціонарне виявлення є альтернативним методом виявлення, тому що сигнали зв'язку є циклостаціонарними, а шум – стаціонарним (Napolitano, 2012). Перевага циклостаціонарного методу полягає у здатності функціонувати без апріорної інформації про N_0 та виявляти сигнали при малих значеннях ВСШ. Проте, один головний недолік циклостаціонарних методів виявлення – це великий обсяг розрахунків.

Приймаючи до уваги обмеження роботи енергетичного пристрою виявлення (апріорна інформація про N_0), ідея цієї статті – синтезувати такий пристрій, який є інваріантним до N_0, шляхом поєднання циклостаціонарного пристрою виявлення та енергетичного з подвоєнням частоти.

Припустимо, що виявлення ШПС $s(t)$ відбувається на фоні білого Гауссівського шуму $n(t)$ з спектральною щільністю потужності N_0.

Схема енергетичного пристрою виявлення (радіометра) наведена на рис. 1. Смуговий фільтр має центральну частоту $f_{сф}$ та ширину смуги пропускання $W_{сф}$. За ним розміщується квадратичний пристрій, напруга з виходу якого надходить на інтегратор, а потім на вхід порогового пристрою, де порівнюється з попередньо встановленим енергетичним порогом ξ_0. На виході порогового пристрою з інтервалом аналізу T_a здійснюється прийняття рішення.

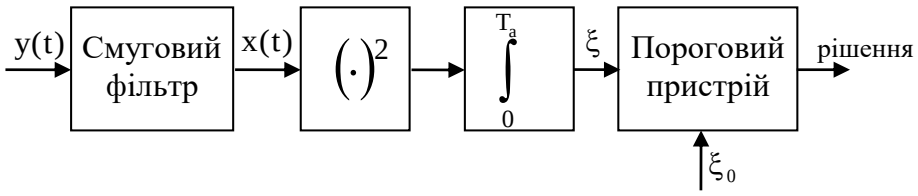


Рисунок 1. Структурна схема енергетичного пристрою виявлення (радіометра)

На виході інтегратора формується величина (Varakin, 1985)

$$\xi = \frac{1}{T_a}\int_0^{T_a} x^2(t)dt\,, \qquad (1)$$

де $x(t)$ – коливання на виході смугового фільтру радіометра.

Пороговий пристрій порівнює величину ξ з деякою константою ξ_0, яка є функцією від бажаного рівня ймовірності хибної тривоги.

Розглянемо дві гіпотези: H_0 – на вхід радіометру надходить тільки шум $n(t)$ та H_1 – на вхід радіометру надходить адитивна суміш сигналу $s(t)$ і шуму $n(t)$. При малому ВСШ, що часто має місце на практиці, для достовірного виявлення необхідно мати великий час аналізу. Функція щільності ймовірності вихідної статистики радіометру при $W_{сф}T_a >> 1$ апроксимується гауссівським законом, тоді для обох гіпотез вирази для математичного сподівання μ та дисперсії σ оцінки енергії сигналу будуть (Torrieri, 2005):

$$\begin{aligned} H_0: \quad & \mu_1 = N_0 \cdot T_a \cdot W_{сф}, & \sigma_1^2 = N_0^2 \cdot T_a \cdot W_{сф}, \\ H_1: \quad & \mu_2 = N_0 \cdot T_a \cdot W_{сф} \cdot (1+\rho), & \sigma_2^2 = N_0^2 \cdot T_a \cdot W_{сф} \cdot (1+2\rho), \end{aligned} \tag{2}$$

де $\rho = \dfrac{P_c}{W_{сф} \cdot N_0}$ – відношення потужності сигналу до спектральної щільності потужності шуму в смузі пропускання фільтра; P_c – потужність сигналу $x(t)$ за час аналізу T_a.

Ефективність радіометру характеризується ймовірністю хибної тривоги $P_{хт}$ та ймовірністю правильного виявлення P_B сигналу. Вирази для їх обчислення (Torrieri, 2005):

$$\begin{aligned} P_{хт} &\approx Q\left(\frac{\xi_0 - N_0 \cdot T_a \cdot W_{сф}}{N_0 \sqrt{T_a \cdot W_{сф}}} \right), \\ P_B &\approx Q\left(\frac{\xi_0 - N_0 \cdot T_a \cdot W_{сф} \cdot (\rho+1)}{N_0 \sqrt{T_a \cdot W_{сф} \cdot (2\rho+1)}} \right), \end{aligned} \tag{3}$$

де $Q(x) = \dfrac{1}{\sqrt{2\pi}} \int\limits_x^\infty exp\left(-\dfrac{u^2}{2} \right) du$ – узагальнена функція Маркума (Torrieri, 2005).

Для забезпечення необхідного значення ймовірності хибної тривоги $P_{хт}$ можна розрахувати рівень порогу радіометра, як енергетичного пристрою виявлення (Torrieri, 2005):

$$\xi_0 \approx N_0 \left(\sqrt{T_a \cdot W_{сф}} \cdot Q^{-1}(P_{хт}) + T_a \cdot W_{сф} \right), \tag{4}$$

де $Q^{-1}(\cdot)$ – обернена функція Маркума.

Не зважаючи на детальне вивчення наведеної структурної схеми (рис. 1), область її застосування обмежена, тому що необхідно апріорно знати спектральну щільність потужності шумів N_0. У випадку виконання завдань з розвідки, як правило, реальне значення ВСШ також невідоме (Borisov, Zinchuk, Lymarev et al., 2003). Здійснення оцінки рівня шуму вносить додаткові помилки, особливо під час виявлення ШПС, коли у заданому діапазоні частот можуть бути присутні інші сигнали. Крім того, поріг виявлення не може бути визначений точно, тому робочі характеристики радіометру значно погіршуються.

Наведемо порівняння ефективності роботи радіометра та пристрою виявлення з подвоєнням частоти (рис. 2) за критерієм, наведеним у (Poisel, 2008) – вихідним рівнем ВСШ, відповідно до якого кращий з пристроїв виявлення визначається по максимальному рівню ВСШ на виході.

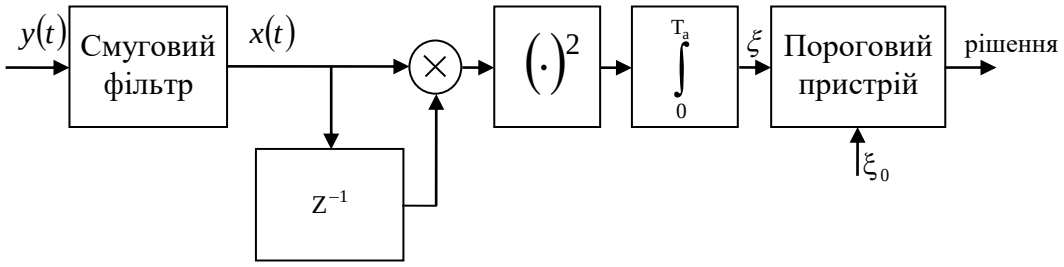


Рисунок 2. Структурна схема пристрою виявлення з подвоєнням частоти

Нехай на вхід кожного пристрою виявлення надходить суміш шумоподібного сигналу з адитивним білим гауссівським шумом з однобічною спектральною щільністю потужності N_0. Рівень ВСШ на вході для обох пристроїв виявлення $\rho_{вх}$ визначається як $\rho_{вх} = E_{імп}/N_0$, де $E_{імп} = P_{імп}\tau_{імп}$ – енергія імпульсу кодової послідовності ШПС та, як правило, $\rho_{вх} < 1$.

Між вхідним та вихідним значеннями ВСШ для кожного пристрою виявлення існують наступні співвідношення (Poisel, 2008):

$$\begin{aligned} \rho_p &= 0.667\, N_{імп}\rho_{вх}^2, \\ \rho_{пч} &= 0.333\, N_{імп}\rho_{вх}^2, \end{aligned} \tag{5}$$

де $N_{імп}$ – кількість імпульсів кодової послідовності за час аналізу T_a.

На рис. 3 показано залежність між вхідним та вихідним значенням ВСШ для двох розглянутих вище пристроїв виявлення при $N_{імп} = 10^6$. Як видно, енергетичний пристрій виявлення має кращі показники виявлення при всіх значеннях ВСШ на вході.

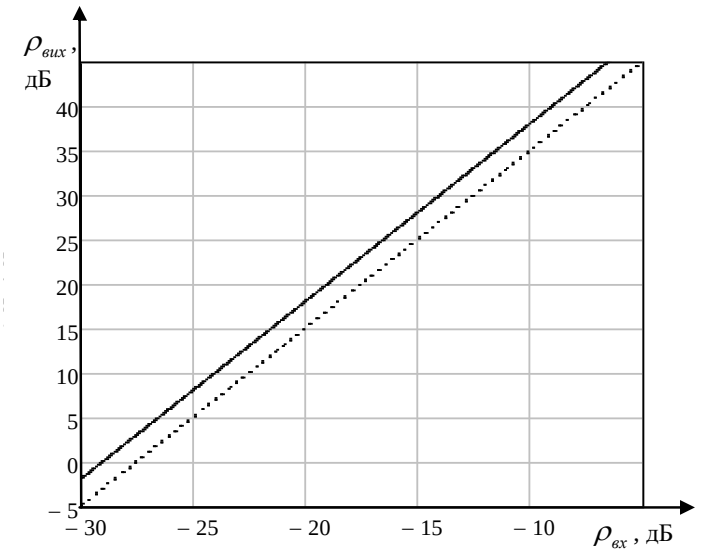


Рисунок 3. Графіки залежності вихідного значення ВСШ від вхідного для радіометра (суцільна лінія) та пристрою виявлення з подвоєнням частоти (пунктирна лінія)

Проведемо порівняльний аналіз залежності ймовірності виявлення $P_в$ від вихідного значення ВСШ. Скористаємось виразами розрахунків $P_в$ для радіометру та пристрою виявлення з подвоєнням частоти (Poisel, 2008):

$$\begin{aligned} P_в^p &= \frac{1}{2} erfc\left[erfc^{-1}(2P_{хт}) - \sqrt{\frac{\rho_p}{2}} \right], \\ P_в^{пч} &= \int_{-ln(P_{хт})}^{\infty} e^{-(z+\rho_{пч})} \cdot I_0(2\sqrt{z \cdot \rho_{пч}})dz, \end{aligned} \tag{6}$$

де $erfc(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_x^{\infty} \exp(-t^2)dt$ – додатковий інтеграл помилок, I_0 – модифікована функція Бесселя нульового порядку.

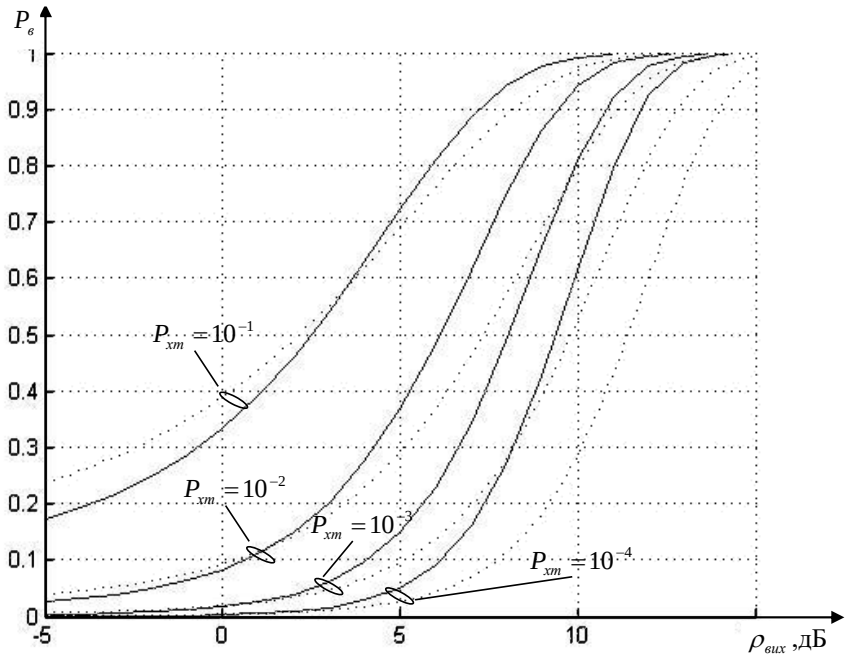


Рисунок 4. Графіки залежності ймовірності виявлення $P_в$ від значення ВСШ на виході для радіометра (суцільна лінія) та пристрою виявлення з подвоєнням частоти (пунктирна лінія)

Як видно з рис. 4, $P_в^р$ перевищує $P_в^{пч}$ не для всіх значень вихідного ВСШ. Користуючись наведеними викладками, пропонується сполучити ці два пристрої виявлення разом і ввести комутатор та блок аналізу (рис. 5), у якому оцінюється значення $P_в^р$ та $P_в^{пч}$ згідно з виразами (6). Прийняття рішення буде відбуватись на основі даних того пристрою виявлення, оцінена ймовірність виявлення якого більша, якщо ймовірність обох пристроїв виявлення однакова, то перевага надається радіометру.

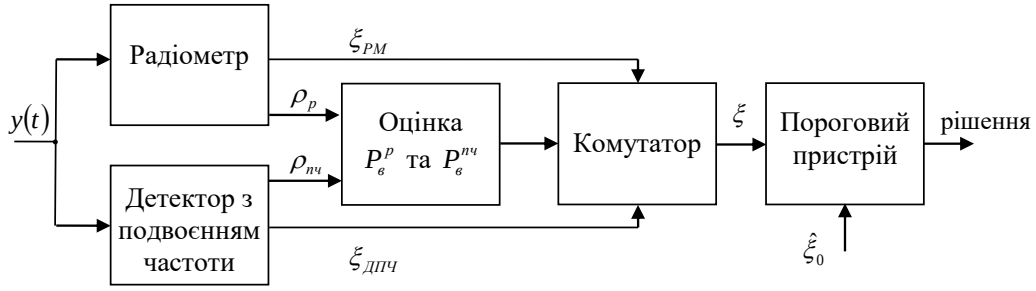


Рисунок 5. Структурна схема енергетичного пристрою виявлення

Аналіз роботи радіометра при помилках у оцінці N_0 показав, що у випадку детектування, коли оцінене значення рівня шуму $\hat{N}_0$ менше за його реальний показник N_0, рівень енергії прийнятого сигналу потрапляє в інтервал $[\hat{\xi}_0, \xi_0]$ (рис. 6а). Це призводить до того, що приймається гіпотеза H_1 при відсутності сигналу, що збільшує ймовірності хибної тривоги.

При $\hat{N}_0 > N_0$ невірне рішення виникає, коли рівень енергії прийнятого сигналу потрапляє в інтервал $\left[\xi_0, \hat{\xi}_0\right]$ (рис. 6б). Ця помилка приводить до прийняття гіпотези H_0 у випадку, коли сигнал є, що збільшує ймовірності пропуску цілі.

На рис. 7 зображено графіки залежності ймовірності виявлення від ВСШ на вході приймача згідно з виразами (3) та (4) при $W_{сф} = 1$ МГц, $T_a = 10^{-4}$ с, $P_{хт} = 10^{-3}$ та різних значеннях помилки оцінки $\hat{N}_0$.

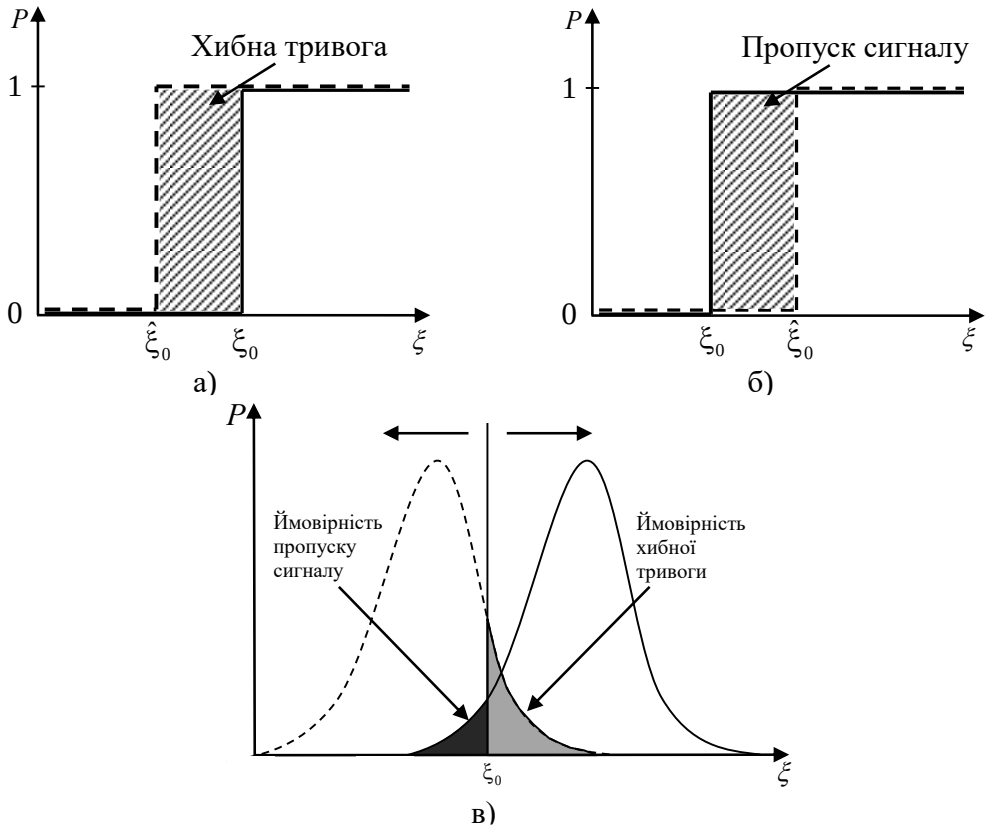


Рисунок 6. Залежність ймовірності правильного виявлення (суцільна лінія) та правильного не виявлення (пунктирна лінія) від значення порогового рівня

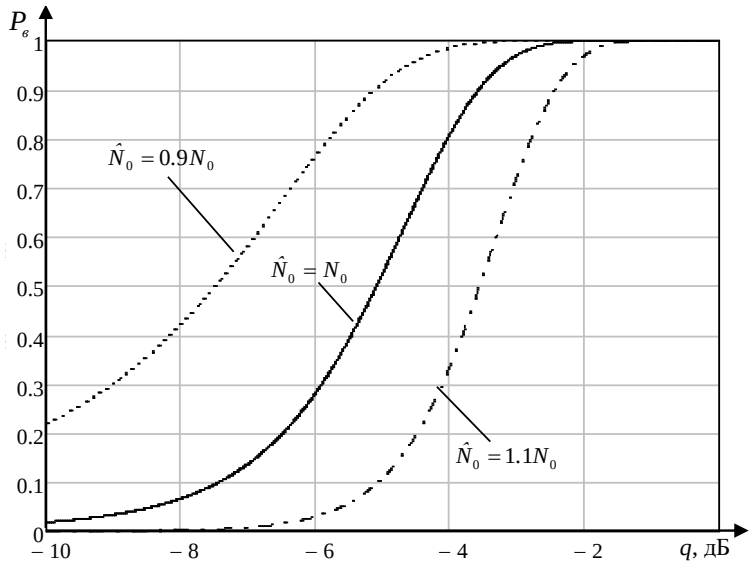


Рисунок 7. Залежність ймовірності виявлення сигналу від ВСШ при помилках у оцінці N_0

Таким чином, використання оцінки спектральної щільності потужності шуму $\hat{N}_0$ призводить до виникнення додаткових помилок при виявленні ШПС. Внаслідок чого неточно визначений поріг детектування призводить до помилкового прийняття рішення про наявність чи відсутність сигналу у пороговому пристрої радіометру.

Як відомо (Perunov, Fomichev, Yudin, 2003), для оцінки кореляційних властивостей циклостаціонарного сигналу може використовуватись автокореляційна функція

$$R_x(t,\tau)=\sum_{\alpha}R_x^{\alpha}(\tau)e^{j2\pi\alpha\cdot t}\,, \tag{7}$$

де $R_x^{\alpha}(\tau)$ – циклічна автокореляційна функція процесу $x(t)$ з циклічною частотою α; τ – інтервал часу спостереження.

Значення циклічної автокореляційної функції можна отримати за виразом (Perunov, Fomichev, Yudin, 2003):

$$R_x^{\alpha}(\tau)=\lim_{T\to\infty}\frac{1}{T}\int_{-T/2}^{T/2}x\left(t+\frac{\tau}{2}\right)\cdot x\left(t-\frac{\tau}{2}\right)^{*}e^{-j2\pi\alpha t}dt\,, \tag{8}$$

Коли циклостаціонарна модель адаптована до корисного сигналу статистичний тест при багатоциклічному когерентному детектуванні має вигляд (Napolitano, 2012):

$$\begin{gathered}\xi=\sum_{\alpha}\frac{1}{N_0^2}\int_{-W_{cф}/2}^{W_{cф}/2}R_x^{\alpha}(\tau)^{*}R_y^{\alpha}(\tau)d\tau\,,\\ \xi^{ц}<\xi_0^{ц}\ \text{при}\ H_0\,,\\ \xi^{ц}>\xi_0^{ц}\ \text{при}\ H_1\,.\end{gathered} \tag{9}$$

де $R_y^{\alpha}(\tau)$ – циклічна автокореляційна функція $y(t)$, $\xi^{ц}$ – поріг при циклостаціонарному методі виявлення.

Результати (Results)

Окрім чутливості до значення N_0, що знижує показники ефективності виявлення при низьких значеннях ВСШ, енергетичний пристрій виявлення є кращим рішенням при детектуванні ШПС з невідомими параметрами. Більше того, цей метод дуже простий у виконанні. В той же час, циклостаціонарне детектування достатньо ефективне, проте потребує значного обсягу розрахунків або апріорної інформації про циклічну частоту для швидкого прийняття рішення. Ця інформація невідома, тому процес виявлення стає занадто складним, та не може бути реалізований у реальному масштабі часу. Однак, ці два методи виявлення можуть взаємно доповнювати один одного, що і пропонується в статті шляхом створення гібридного пристрою виявлення (рис. 8).

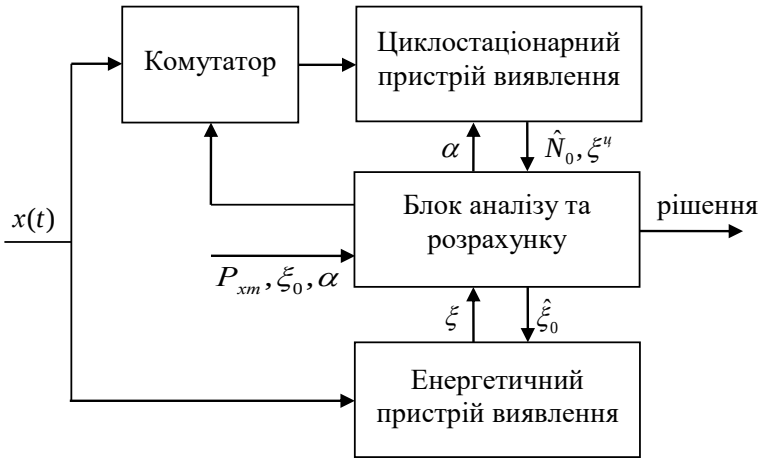


Рисунок 8. Структурна схема гібридного пристрою виявлення

Приймемо, що значення N_0 є величиною не змінною у часі, ξ – енергія прийнятого сигналу $x(t)$ на протязі часу спостереження T_a після і-ї ітерації, $\xi_0=\infty$ – початкове значення енергетичного порогу гібридного пристрою виявлення.

Алгоритм роботи адаптивного енергетично-циклостаціонарного виявлення шумоподібних сигналів зображено на рис. 9. Енергетичний пристрій виявлення розраховує енергію ξ прийнятого

сигналу за час T_a згідно (1). Якщо $\xi < \xi_0$ – енергетичний пристрій виявлення не може прийняти точне рішення про наявність або відсутність сигналу. У цьому випадку проводиться тест на циклостаціонарність прийнятого коливання $x(t)$. Якщо сигнал не виявлено, розраховане значення $\xi^{ц}$ зберігається у масиві $|\xi|$, з якого визначається середнє змінної μ_1 та згідно з (2) та (4) розраховуються $\hat{N}_0$ і $\hat{\xi}_0$. У змінну ξ_0 зберігається (переприсвоюється) значення $\hat{\xi}_0$ та процес виявлення починається з початку. Алгоритм закінчить свою роботу, коли $\hat{\xi}_0$ буде дорівнювати ξ_0, тобто сигналу $x(t)$ не виявлено, а значення порогу виявлення визначене обома пристроями виявлення буде однаковим.

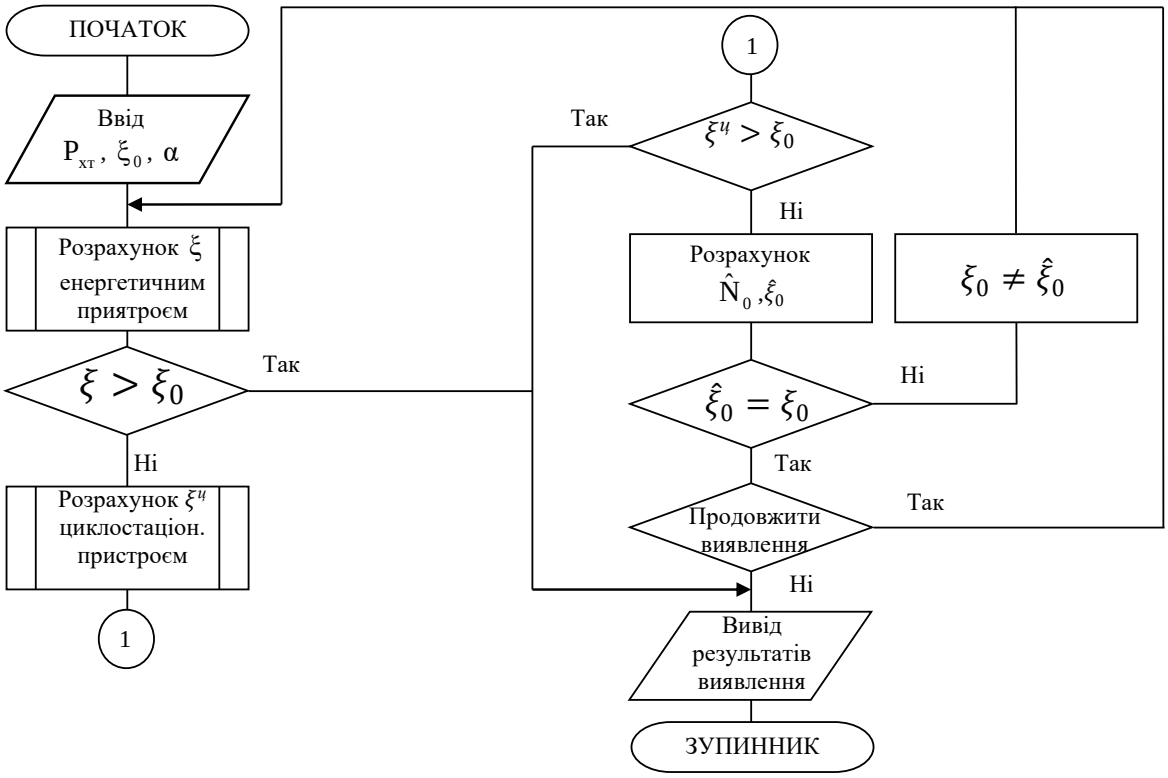


Рисунок 9. Алгоритм роботи адаптивного енергетично-циклостаціонарного виявлення шумоподібних сигналів

В результаті використання запропонованого алгоритму зменшується кількість розрахункових операцій при виявленні від $N^2 + 0.5N\,log_2\,N$ (для циклостаціонарного пристрою виявлення на початку роботи алгоритму) до $N\,log_2\,N$ (для радіометру при розрахованому значенні $\hat{\xi}_0$). Таким чином, якість виявлення запропонованого гібридного пристрою виявлення (рис. 9) наближається по якості до циклостаціонарного та має час для аналізу, що відповідає енергетичному пристрою виявлення.

З наведених графіків результатів моделювання (рис. 10) видно, що при застосуванні запропонованого гібридного пристрою маємо виграш по ймовірності виявлення на менших значеннях ВСШ. Даний виграш досягається шляхом використання пристроєм виявлення з подвоєнням частоти (у складі енергетичного детектора) розрахованого циклостаціонарним пристроєм значення порогу виявлення.

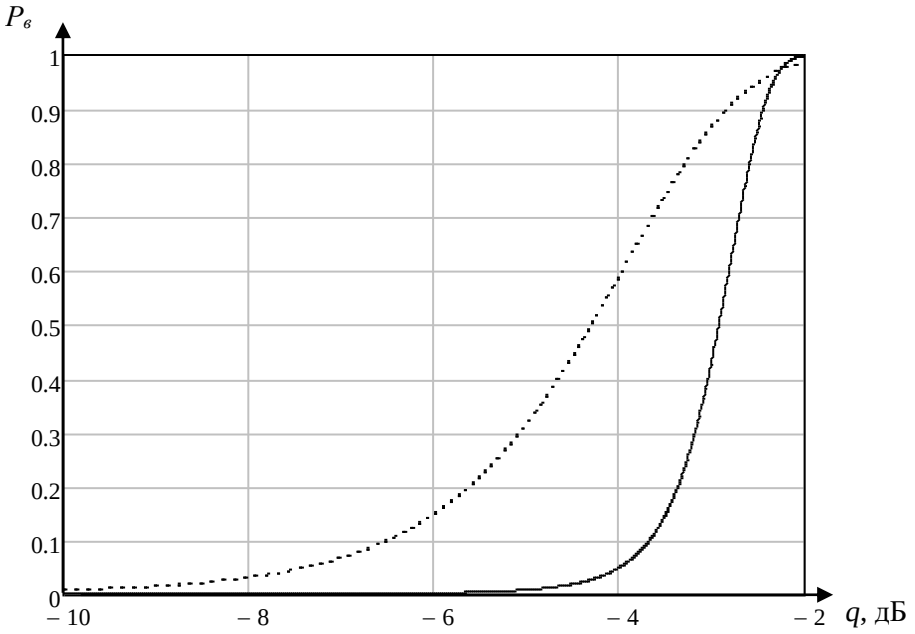


Рисунок 10. Залежність ймовірності виявлення від ВСШ запропонованого пристрою виявлення з використанням детектора з подвоєнням частоти (пунктирна лінія) та без нього (суцільна лінія)

Обговорення (Discussions)

Перспективи подальших досліджень можуть полягати: у конкретизації умов виявлення для шумоподібних радіосигналів з псевдовипадковим переналаштуванням робочої частоти та прямим розширенням спектру; в оптимізації математичного та алгоритмічного забезпечення процесу виявлення шумоподібних радіосигналів; у мінімізації обчислювальних затрат.

Висновки (Conclusions)

1. Гібридний пристрій виявлення поєднує властивості енергетичного та циклостаціонарного методів, що забезпечує підвищення ймовірності правильного виявлення шумоподібних сигналів при часових затратах, що відповідають енергетичному пристрою виявлення.

2. Об’єднання двох пристроїв виявлення (радіометру та пристрою виявлення з подвоєнням частоти) в один – енергетичний, у якому в залежності від ВСШ на виходах приймається рішення про застосування того або іншого пристрою за критерієм максимуму ймовірності правильного виявлення радіосигналів. Наведено результати порівняння ефективності їх використання при різних значеннях вихідного ВСШ.

3. Показано залежність ймовірності правильного виявлення ШПС від точності визначення спектральної щільності потужності шуму та відповідного порогу виявлення.

4. Використання циклостаціонарного пристрою виявлення в складі гібридного забезпечує можливість вибіркового уточнення спектральної щільності потужності шуму та порогу виявлення.

Використані джерела (References)

1. Masnoy, V., & Sudakov, Yu. (2003). The US Army automated command and control systems. *Foreign Military Review, 9,* 25–32; *10,* 28–36.
2. Chaika, Yu. D. (2004). Military communication system architecture of XXI century NATO countries' armies. II Scientific and Practical Seminar of the National Defence Academy of Ukraine, *Military Information Networks Development Problems* (p. 71–90).
3. Borisov, V. I., Zinchuk, V. M., & Lymarev, A. E. et al. (2003). Radio communication systems interference protection with signal spectrum extension by carrier modulation pseudo-random sequence. Edited by V. I. Borisov. [1st edition]. *Radio and communication*. ISBN-5-256-01672-5.

4. Perunov, Yu. M., Fomichev, K. I., & Yudin, L. M. (2003). *Radio-electronic suppression of weapons control system information channels.* Radiotekhnika. ISBN 5-93108-039-2.
5. Varakin, L. E. (1985). *Communication systems with noise-like signals.* Radio and Communication.
6. Poisel, R. A. (2008). *Introduction to communications electronic warfare systems.* Artech House. ISBN-13: 978-1-59693-452-8.
7. Kay, S. M. (1998). *Fundamentals of Statistical Signal Processing: Detection Theory*. Prentice Hall. ISBN 0-13-504135-X.
8. Fishman, P. M. (1992). *Radiometric detection of spread-spectrum signals in noise of uncertain power*. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems.
9. Urkowitz, H. (1967). *Energy detection of unknown deterministic signals*. Proceedings of the IEEE.
10. Torrieri, D. J. (2005). *Principles of spread-spectrum communication systems.* Springer Science. ISBN 0-387-22782-2.
11. Chen, H. S., Gao, W., & Daut, D. G. (2007). Signature based spectrum sensing algorithms for IEEE 802.22; WRAN, IEEE *International Conference on Communications* (p. 6487–6492).
12. Napolitano, A. (2012). *Generalizations of cyclostationary signal processing: spectral analysis and applications.* John Wiley & Sons Ltd. ISBN 978-1-119-97335-5.
13. Gardner, W. A., & Spooner, C. M. (1992). *Signal interception: Performance advantages of cyclic feature detectors.* IEEE Transaction on Communications.
14. Gardner, W. A., & Zivanovic G. (1991). *Degrees of cyclostationary and their application to signal detection and estimation.* Signal processing.
15. Dandawate, A. V., & Giannakis, G. B. (1994). *Statistical tests for presence of cyslostationarity*. IEEE Transactions on Information Theory.
16. Zeng, Y. H., & Liang, Y. C. (2009). *Eigenvalue-based spectrum sensing algorithms for cognitive radio.* IEEE Transactions on Communications.
17. Penna, F., Garello, R., & Spirito, M. A. (2009). *Cooperative spectrum sensing based on the limiting eigenvalue ratio distribution in wishartmatrices.* IEEE Communications Letters.
18. Cardoso, L. S., Debbah, M., Bianchi, P., & Najim, J. (2008). *Cooperative Spectrum Sensing Using Random Matrix Theory*. ISPWC.
19. Khmelev, S. L., & Trushkov, A. O. (2014). Signal detection in a wide frequency range based on wavelet transformation from the power spectral density. Report on the 16th International Conference, *Digital Signal Processing and its Application – DSPA-2014* (t. 1, p. 726–730).
20. Zeng, H., & Liang, Y. C. (2009). *Spectrum-sensing algorithms for cognitive radio based on statistical covariances.* IEEE Transactions on Vehicular Technology.