The Central Research institute
of the Armed Forces of Ukraine

Military Science. Vol. 2 No. 2 (2024)

DOI: 10.62524/msj.2024.2.2.04

# Математична модель стійкості функціонування системи ситуаційної обізнаності району операції (бойових дій) на основі використання розвідувальних безпілотних авіаційних систем

**Вадим Сухаревський**
Командувач Сил безпілотних систем Збройних Сил України
Командування Сил безпілотних систем Збройних Сил України
03168, проспект Повітряних Сил, 6, Київ, Україна
e-mail: V.Sukharevskyi@mil.ua

**Сергій Кірсанов**
доктор технічних наук, старший науковий співробітник
начальник науково-дослідного центру
Центральний науково-дослідний інститут Збройних Сил України
03049, проспект Повітряних Сил, 28 Б, Київ, Україна
e-mail: ksacndi@ukr.net
ORCID: 0000-0002-9696-0369

**Олександр Водчиць**
кандидат технічних наук, доцент
начальник кафедри військової підготовки
Національний авіаційний університет
03058, проспект Любомира Гузара, 1, Київ, Україна
e-mail: agv64agv@gmail.com
ORCID: 0000-0002-3294-7632

**Роман Войцеховський**
ад'юнкт кафедри військового управління Інституту державного військового управління
Національний університет оборони України
03049, проспект Повітряних Сил, 28, Київ, Україна
e-mail: voytsehovskiy31@gmail.com
ORCID: 0009-0000-6408-9620

**Анотація.** Наразі досвід ведення воєнних дій під час відсічі повномасштабній агресії російської федерації проти України показав надзвичайну ефективність безпілотних авіаційних комплексів (систем) у вирішенні завдань з ведення розвідки, ураження цілей противника, наведення та коригування вогню ракетних військ та артилерії, дистанційного мінування ділянок місцевості, транспортування матеріально-технічних засобів у визначені райони (зони) ведення операції тощо. Особлива увага при цьому приділяється безпілотним авіаційним комплексам (системам), які у взаємозв'язку утворюють систему ситуаційної обізнаності району операції (бойових дій).

Однак унаслідок впливу як внутрішніх (періодична зміна кількості безпілотних авіаційних комплексів (систем) у повітрі), так і зовнішніх факторів (вплив засобів радіоелектронної боротьби противника, вогневого ураження) така система є не стійкою, що проявляється у втраті розвідувальної інформації через неможливість її своєчасного оброблення.

Зважаючи на зазначене, у статті розроблено математичну модель стійкості функціонування системи ситуаційної обізнаності району операції, новизна якої полягає у тому, що вона описує функціонування системи під постійним впливом як зовнішніх, так і внутрішніх факторів за умови виконання завдань за призначенням *k* БпАК(С), а також визначає умови забезпечення стійкості функціонування системи у часі через обґрунтування допустимих обсягів інформації, які можуть оброблятися як на початку її функціонування, так і у подальшому, з інтенсивністю оброблення інформації, що постійно змінюється. За допомогою моделі можна визначити умови стійкого функціонування системи та тривалість оброблення інформації в ній при постійних збудженнях (постійному впливі факторів), що надає можливість корегування (за потреби) відповідних показників для досягнення потрібних значень оперативності та стійкості її функціонування.

**Ключові слова:** стійкість системи, середній обсяг інформації, рівняння Ляпунова, нелінійна динамічна система, постійне збудження системи, безпілотні авіаційні комплекси, система ситуаційної обізнаності.

**Вступ (Introduction)**

Досвід ведення воєнних дій під час відсічі повномасштабній агресії російської федерації (рф) проти України показав надзвичайну ефективність безпілотних авіаційних комплексів (систем) (БпАК(С)) у вирішенні завдань з ведення розвідки, ураження цілей противника, наведення та коригування вогню ракетних військ та артилерії, дистанційного мінування ділянок місцевості, транспортування матеріально-технічних засобів у визначені райони (зони) ведення операції тощо.

Результати, які демонструють сили оборони України на полі бою, застосовуючи БпАК(С), спонукали військово-політичне керівництво країни, промислові підприємства різного масштабу, волонтерські організації спрямувати фокус своєї уваги насамперед на ці зразки озброєння і військової техніки (ОВТ), щоб забезпечити потребу військ у БпАК(С).

Особливої уваги, з огляду на їх ефективне застосування, заслуговують БпАК(С), які використовуються для ведення розвідки противника. Але наразі основні розвідувальні спроможності військ (сил) Збройних Сил України (ЗС України) за рахунок використання БпАК(С) є лише на тактичному та частково на оперативному рівнях і в умовах переважаючої чисельності противника у силах і засобах постійно потребують нарощування.

В умовах війни з рф розвідувальні БпАК(С) різних класів від різних виробників довели свою ефективність під час ведення операцій (бойових дій) угрупованнями військ (сил) ЗС України та інших складових сил оборони України. Це призвело до підвищення вимог до розвідувальних БпАК(С), сприяло розвитку способів їх застосування, формуванню потреби в них, що, у свою чергу, обумовило необхідність розвитку форм і способів ведення воєнних дій військами (силами) ЗС України з урахуванням нових спроможностей, які надають розвідувальні БпАК(С).

У середньостроковій перспективі операційне середовище, в якому будуть діяти розвідувальні БпАК(С), набуде характерних рис максимально автоматизованого поля бою.

Очевидно, що автоматизація проникне у всі сегменти операційного середовища, починаючи від управління військами, переважно на тактичному та оперативному рівнях, і закінчуючи зразками ОВТ. Безумовно, ще більше скоротиться час на ухвалення управлінських рішень для своєчасного реагування на зміни в оперативній обстановці.

Наслідком цього стане безпрецедентний рівень ситуаційної обізнаності протиборчих сторін воєнного конфлікту. Тому надзвичайної значущості набуде вміння інформаційно переважати противника, який майже все про тебе знає.

Ключовими технологіями, які в таких умовах допоможуть підвищити ефективність застосування розвідувальних БпАК(С), звісно, будуть технології, які спрямовані на створення єдиного інформаційного середовища, що забезпечить в режимі реального часу обмін розвідувальною інформацією в районі ведення операції (бойових дій) під впливом як внутрішніх факторів (динамічної зміни кількості БпАК(С) у системі), так і зовнішніх, а саме: засобів радіоелектронної боротьби (РЕБ) та вогневого ураження противника. За цих умов вкрай важливим питанням, яке потребує негайного вирішення, є забезпечення стійкого функціонування такої системи ситуаційної обізнаності району операції (бойових дій) (ССОРО), створеної на основі використання розвідувальних БпАК(С) різних класів та типів сил оборони України, що й обумовлює актуальність теми статті.

**Методологічна основа (Methodological Framework)**

Повітряна розвідка із застосуванням БпАК(С) визначає комплекс заходів, спрямованих на добування та передавання розвідувальних даних про оперативну обстановку в заданих районах (зонах) в інтересах військових формувань ЗС України для підготовки і ведення операцій (бойових дій). За цільовою спрямованістю, способами та засобами отримання розвідувальної інформації повітряна розвідка із використанням БпАК(С) поділяється на видову (фоторозвідку, оптико-електронну (телевізійну, лазерну, інфрачервону) та радіолокаційну розвідку, радіоелектронну, радіаційну й хімічну).

Для забезпечення ефективного вирішення завдань у складі розвідувально-вогневих та розвідувально-ударних комплексів БпАК(С) мають інтегруватися в єдину систему розвідки та вогневого ураження, яка включає: систему повітряної розвідки та спостереження; систему управління застосуванням БпАК(С) (з автоматизованою системою бойового управління силами та обміном інформацією); систему вогневого ураження та радіоелектронної боротьби.

Інтеграція БпАК(С) у таку систему передбачає виконання завдань зі знищення повітряних цілей та завдавання ударів по наземних та морських цілях (об’єктах), здійснення радіоелектронного придушення систем (засобів) управління, радіозв’язку, радіонавігації, радіоелектронної розвідки противника.

**Результати (Results)**

З огляду на методологічну основу, математична модель стійкості функціонування ССОРО має описувати оперативність оброблення інформації в системі з $n$ розвідувальних БпАК(С) в умовах постійної зміни їхньої кількості під впливом засобів РЕБ та вогневого ураження противника, а також доповнення системи (за потреби) додатковими розвідувальними БпАК(С). Оскільки на цей час в ССОРО, як правило, використовуються різні типи БпАК(С), кожен з яких, відповідно до своїх тактико-технічних характеристик, передає в ССОРО інформацію різного обсягу, то в ній під впливом зовнішніх та внутрішніх факторів відбувається динамічна зміна обсягів інформації, які мають бути своєчасно оброблені.

Іншими словами, така математична модель має бути динамічною системою, яка описує процес оброблення інформації в ССОРО у часі, що змінює свій стан в умовах постійних збуджень.

Таку систему в загальному випадку, якщо збудження діє постійно, може бути представлено як:

$$\frac{dx_i}{dt} = f_i(t, x_1, x_2, \dots, x_n), \quad (1)$$

де $x_i$ – змінні умовної функції $f_i$, ($i$ = 1, 2, … , $n$);

$x_i(t_0) = x_{i0}$;

$t$ – інтервал змін.

Для всіх $t \geq t_0$ система:

$$\frac{dx_i}{dt} = f_i(t, x_1, x_2, \dots, x_n) + R_i(t, x_1, x_2, \dots, x_n), \quad (2)$$

де $x_i(t_0) = \tilde{x}_i(t_0)$;
$R_i(t, x_1, x_2, \dots, x_n)$ – малі за модулем,

що покладено в основу розроблення математичної моделі для визначення стійкості функціонування ССОРО при постійно діючих збудженнях.

Відповідно, для нелінійної диференціальної системи:

$$\frac{dy_i}{dt} = \mathrm{y}_i(t, y_1, y_2, \dots, y_n), \quad (3)$$

де $y_i = \mathrm{y}_i(t; t_0, y_0)$ – рішення системи для кожної точки $(t_0, y_0)$ з початковими умовами: $\mathrm{y}_i(t_0; t_0, y_0) = y_0$.

Приймемо $\mathfrak{y} = \mathfrak{y}(t)$, $t_0 \leq t < \infty$, як рішення системи (3) (незбуджений рух), $\|y_i - \mathfrak{y}(t)\| \leq \varepsilon \leq \infty$. ε – окіл рішення $\mathfrak{y} = \mathfrak{y}(t)$.

Нехай:

$$x_i = \mathrm{y}_i - \mathfrak{y}(t), \quad (4)$$

де $x_i$ – відхилення рішення $\mathrm{y}_i$ від рішення $\mathfrak{y}(t)$.

Оскільки

$$\frac{d\mathfrak{y}(t)}{dt} \equiv Y(t, \mathfrak{y}(t)), \quad (5)$$

то для $x$ отримаємо диференціальне рівняння:

$$\frac{dx(t)}{dt} \equiv X(t, x), \quad (6)$$

де:

$$X(t, x) = [Y(t, x + \mathfrak{y}(t)) - Y(t, \mathfrak{y}(t))], \quad (7)$$
$$t_0 \leq t < \infty, \|x\| \leq \varepsilon.$$

Причому, зрозуміло, що: $X(t, 0) \equiv 0$.

Відповідно система (6) має тривіальне рішення $x = 0$, яке у просторі станів відповідає рішенню $\mathfrak{y} = \mathfrak{y}(t)$.

Таким чином, система (6) є приведеною або системою збудженого руху.

Зважаючи на це, у подальшому потрібно вважати, що на стійкість динамічної системи при постійно діючих збудженнях досліджується тривіальне рішення $x_i \equiv 0$, ($i$ = 1, 2, … , $n$) системи рівнянь (1).

Тривіальне рішення системи (1) називається стійким по відношенню до постійно діючих збуджень, якщо для кожного $(\varepsilon) > 0$ можна підібрати $\delta_1 > 0$ та $\delta_2 > 0$ так, що із нерівностей $\sum_{i=1}^{n} R_i^2 < \delta_2^2$ при $t \geq t_0$ і $\sum_{i=1}^{n} x_{i0}^2 < \delta_1^2$ випливає:

$$\sum_{i=1}^{n} x_i^2(t) < \varepsilon^2, \quad (8)$$

де $t \geq t_0$;
$x_i(t), (i = 1,2, \dots, n)$ – рішення системи (1), що визначається початковими умовами $x_i(t_0) = x_{i0}$, ($i$ = 1, 2, … , $n$).

Зважаючи на це, сформулюємо важливе означення, зміст якого використаємо під час розроблення математичної моделі стійкості функціонування ССОРО.

Означення. Функціонування ССОРО, яке описується системою диференціальних рівнянь (1), стійке при постійних змінах обсягів інформації у її станах $\vec{m}$, якщо для довільного інтервалу зміни обсягів інформації $\varepsilon > 0$ існують межі змін обсягів інформації $\delta_1(\varepsilon) > 0$ і $\delta_2(\varepsilon) > 0$ так, що середній загальний обсяг інформації, яка циркулює в ССОРО $\overline{N}(t) = \|\vec{m}\,(t)\| < \varepsilon,\ t \geq t_0$, за умови, що його початковий середній загальний обсяг інформації $\overline{N}(t_0) = \|\vec{m}_0\| < \delta_1(\varepsilon)$ і постійні зміни середніх обсягів інформації $\|R(t, \vec{m}(t))\| < \delta_2(\varepsilon)$. Причому $\|R(t, \vec{m}(t))\| < \delta_2(\varepsilon)$ для будь-яких $\|\vec{m}\| < \varepsilon$, і $t \geq t_0$.

Прийнявши означення до уваги, розглянемо систему диференціальних рівнянь з постійно діючими збуреннями $R(t, \vec{m}(t))$:

$$\frac{d\vec{m}(t)}{dt} = \Lambda^{\text{ССОРО}}(t) \cdot \vec{m}(t) + R(t, \vec{m}(t))\,,\ t \geq t, \tag{9}$$

де $\Lambda^{\text{ССОРО}}(t)$ – матриця ефективних інтенсивностей $\lambda_{ij}(t)$, яка визначає інтенсивність оброблення середніх обсягів інформації $\overline{m}_i$ в ССОРО у часі $t$ за умови використання $k$ БпАК(С) з урахуванням показника живучості ССОРО $P_{(k)}(t)$;

$\lambda_{ij}$ – інтенсивності оброблення середніх обсягів інформації $\overline{m}_i$ в системі з $k$ БпАК(С) у момент часу $t$;

$k = \overline{1,n}$.

У матрично-векторній формі для системи з $k$ БпАК(С) інтенсивність оброблення інформації в ССОРО може бути визначено за виразом:

$$\Lambda^{\text{ССОРО}}(t) = \Lambda \cdot \vec{P}_{(k)}(t), \tag{10}$$

де $\Lambda$ – матриця $i \times j$ зі сталими коефіцієнтами $\lambda_{ij}$ (інтенсивностями оброблення середніх обсягів інформації $\overline{m}_i$ в ССОРО з $k$-го БпАК(С) у момент часу t;

$\vec{P}_{(k)}(t)$ – вектор ймовірностей знаходження в ССОРО у момент часу $t$ $k$ БпАК(С).

Відповідно до теореми Малкіна про стійкість таких систем мають виконуватися нерівності для функції Ляпунова $V(\vec{m}(t), t)$:

$$V(\vec{m}(t), t) \geq w_1(\vec{m}(t)),$$

$$\frac{\partial V(\vec{m}(t), t)}{\partial t} + \sum_{i=1}^{n} \frac{\partial V(\vec{m}(t), t)}{\partial m_i} \cdot \Lambda^{\text{БпАС}}(t) \cdot m_i(t) \leq -\,w_2\big(\vec{m}(t)\big) \leq 0, \tag{11}$$

де $w_1(\vec{m}(t))$ та $w_2\big(\vec{m}(t)\big)$ – неперервні позитивно визначені функції.

Приймемо:

$$\|R(t, \vec{m}(t))\| < \delta_2(\varepsilon), \tag{12}$$

де $\delta_2(\varepsilon)$ – мале число в околі ε.

Тоді виконується нерівність:

$$\frac{dV(\vec{m}(t), t)}{dt} = \frac{\partial V(\vec{m}(t), t)}{\partial t} +$$

$$+\sum_{i=1}^{n}[\Lambda^{\text{БпАС}}(t)\cdot m_i(t)+R(\vec{m}(t),t)]\frac{\partial V(\vec{m}(t),t)}{\partial m_i}<0. \quad (13)$$

З нерівності (13) можемо записати, що:

$$\|\vec{m}(t)\| < \varepsilon, \quad (14)$$

де $\vec{m}(t)=\mathrm{M}(t,t_0)\,\vec{m}(t_0)+\int_{t_0}^{t}\mathrm{M}(t,\tau)\;R(t,\vec{m}(\tau))\,d\tau$ – розв'язок системи диференціальних рівнянь (9) у формі Коші;

$\mathrm{M}(t,\tau)$ – фундаментальна матриця розв'язків системи диференціальних рівнянь, нормована за моментом $\tau$.

Нехай:

$$\|\mathrm{M}(t,t_0)\|\le \mathrm{A}_1,$$

$$\int_{t_0}^{t}\|\mathrm{M}(t,\tau)\|\le \mathrm{A}_2,\ t\ge t_0, \quad (15)$$

де $\mathrm{A}_1$ – загальний середній обсяг інформації, яка циркулює в ССОРО у момент часу $t$;

$\mathrm{A}_2$ – сумарне збільшення середнього обсягу інформації, яка циркулює в ССОРО за час $\tau$.

Тоді, здійснюючи оцінювання за нормою:

$$\|\vec{m}(t)\|=\mathrm{A}_1\cdot\delta_1(\varepsilon)+\mathrm{A}_2\cdot\delta_2(\varepsilon)<\varepsilon,\quad t>t_0, \quad (16)$$

де $\delta_1(\varepsilon)$ та $\delta_2(\varepsilon)$ – малі числа в околі $\varepsilon$;

$\varepsilon$ – максимально допустиме відхилення траєкторії функції $\vec{m}(t)$ від заданого значення.

Відповідно, умовами стійкості функціонування ССОРО є:

$$\|\vec{m}(t_0)\|<\delta_1(\varepsilon),$$

$$\|R(t,\vec{m}(t))\|<\delta_2(\varepsilon). \quad (17)$$

Розв'язавши систему диференціальних рівнянь (9) у формі Коші для будь-якого часу $t_0\le t<\infty$ за виразом:

$$\vec{m}(t)=\mathrm{M}(t,t_0)\,\vec{m}(t_0)+\int_{t_0}^{t}\mathrm{M}(t,\tau)\;R(t,\vec{m}(\tau))d\tau, \quad (18)$$

дотримуючись при цьому вимог (15), (17) для динамічних систем з постійно діючими збуреннями $R(\vec{m}(t),t)$, тривалість оброблення інформації в ССОРО можна визначити за виразом:

$$t_k(\vec{m}(t_k),\varepsilon)=t_0-\lambda_{\text{мах}}(\mathrm{B}(t))\ln\frac{\varepsilon^2\cdot\lambda_{\text{мін}}(\mathrm{B}(t_k))}{V(t_0)}, \quad (19)$$

де $t_k(\vec{m}(t_k),\varepsilon)=\bar{T}_{\text{цу}}$ – середня тривалість оброблення інформації в ССОРО при постійно діючих збуреннях $R(\vec{m}(t),t)$ у $k$-й момент часу;

$\mathrm{B}(t_k)$ – матриця зі змінними у часі елементами $b_{ij}(t)$ із функції Ляпунова у квадратичній формі: $V(\vec{m},\,t)=(\mathrm{B}(t_k)\,\vec{m}(t_k),\vec{m}(t_k))$;

$\big(\mathrm{B}(t_k)\,\vec{m}(t_k),\vec{m}(t_k)\big)$ – скалярний добуток векторів $\mathrm{B}(t_k)\,\vec{m}(t_k)$ на $\vec{m}(t_k)$;

$\lambda_{\text{мін}}(\mathrm{B}(t_k))$ та $\lambda_{\text{мах}}(\mathrm{B}(t_k))$ – мінімальні та максимальні власні функції матричної функції Ляпунова $\mathrm{B}(t_k)$;

$\vec{m}(t_k)$ – вектор середніх обсягів інформації, яка обробляється в ССОРО у $k$-й момент часу;
$t_0$ – початковий час на момент виникнення перехідного процесу в ССОРО.

Представлена сукупність математичних співвідношень (1)–(19) визначає зміст математичної моделі стійкості функціонування ССОРО у цілому.

**Обговорення (Discussions)**

На підставі аналізу останніх публікацій у сфері розроблення математичних моделей, які описують функціонування складних інформаційних систем (Semenenko O., 2022; Dobrovolskyi Y., 2022; Гусак Ю. А., 2021; Павленко П. М., 2017; Кадієвський В. А., 2014; Бахрушин В. Є., 2009; Ткаченко В. І., 2008; Шматок С. О., 2004), можна констатувати, що на цей час розроблені й застосовуються математичні моделі, за допомогою яких можна визначити таку їхню властивість, як стійкість функціонування:

при постійних інтенсивностях оброблення інформації в стаціонарному режимі (під час планового здійснення інформаційного процесу) та обсягах інформації, які можуть коливатися у заздалегідь передбачуваних (прогнозованих) межах;

при постійних інтенсивностях оброблення інформації, обсяги якої внаслідок впливу зовнішніх факторів піддаються короткотерміновим збудженням;

при змінних інтенсивностях оброблення інформації, обсяги якої внаслідок різких змін оперативної обстановки піддаються короткотерміновим збудженням.

Узявши це до уваги, важливим та логічним постає питання щодо розроблення математичної моделі функціонування інформаційної системи при постійних збудженнях, яка описує стійкість її функціонування у цілому.

**Висновок (Conclusion)**

У статті розроблено математичну модель стійкості функціонування ССОРО. Новизна моделі полягає у тому, що вона описує функціонування ССОРО під постійним впливом як зовнішніх, так і внутрішніх факторів за умови виконання завдань за призначенням $k$ БпАК(С), а також визначає умови забезпечення стійкості функціонування системи у часі через обґрунтування допустимих обсягів інформації, які можуть оброблятися як на початку її функціонування, так і у подальшому, з інтенсивністю оброблення інформації, що постійно змінюється. За допомогою цієї моделі можна визначити умови стійкого функціонування ССОРО та тривалість оброблення інформації в ній при постійних збудженнях (постійному впливі факторів), що надає можливість корегування (за потреби) відповідних показників для досягнення потрібних значень оперативності та стійкості її функціонування.

**Рекомендації (Recommendations)**

Розроблену математичну модель стійкості функціонування ССОРО може бути використано структурними підрозділами планування застосування військ (сил) та управління ними органів управління ЗС України оперативного рівня під час підготовки та ведення операції (бойових дій) для планування розвідки противника з використанням БпАК(С).

Модель може бути використано під час: розрахунку часу на підготовку операції (бойових дій); розроблення календарного плану підготовки операції (бойових дій); розроблення графіка роботи командувача угруповання військ під час оперативного планування.

Застосовуючи розроблену математичну модель, можна оптимізувати процес побудови організаційної структури ССОРО для забезпечення її стійкого функціонування.

**Подяки (Acknowledgments)**

Автори заявляють, що у них немає конкуруючих інтересів за тематикою статті.

**Використані джерела**

1. Ананьєв, О. М., Білик, В. М., & Гончарук, Я. А. (2006). *Інформаційні системи і технології в комерційній діяльності.* Новий Світ.
2. Бахрушин, В. Є. (2009). *Математичні основи моделювання систем.* Класичний приватний ун-т.
3. Эльсгольц, В. Д. (2008). *Введение в оптимальное управление.* Ютас.
4. Вентцель, Е. С. (1972). *Исследование операций.* Советское радио.
5. Гусак, Ю. А., Кірсанов, С. О., & Островський, С. М. (2021). Математична модель автоматизованого управління військами в АСУВ типу С4ISR. *Сучасні інформаційні технології у сфері безпеки та оборони*, *1* (40), 47–54.
6. Демидович, Б. П. (1967). *Лекции по математической теории устойчивости*. Наука.
7. Кірсанов, С. О. (2022). Метод обґрунтування вимог до живучості перспективної автоматизованої системи управління військами. *Зб. наук. пр. Держ. наук.-досл. ін-ту випробувань і сертифікації озброєння та військової техніки*, *2* (12), 53–63.
8. Кірсанов, С. О. (2021). Методичний підхід до обґрунтування вимог до оперативності роботи органів управління перспективної автоматизованої системи управління військами. *Системи озброєння і військова техніка*, *3* (67), 81–86.
9. Эльсгольц, Л. Э. (1969). *Курс высшей математики и математической физики. Вып. 3. Дифференциальные уравнения и вариационное исчисление.* (За ред. А. Н. Тихонова, В. А. Ильина, А. Г. Свешникова). Наука.
10. Красягин, Л. С., Болтянский, В. Г., Гамкаралидзе, Р. В., & Мищенко, Е. Ф. (1961). *Математическая теория оптимальных процессов.* Гос. изд-во физ.-мат. лит-ры.
11. Павленко, П. М., Філоненко, С. Ф., Чередніков, О. М., & Трейтяк, В. В. (2017). *Математичне моделювання систем і процесів*. НАУ.
12. Краснов, М. Л., Киселев, А. И., & Макаренко, Г. И. (2002). *Обыкновенные дифференциальные уравнения: задачи и примеры с подробными решениями*. Едиториал УРСС.
13. Сорока, К. О. (2004). *Основи теорії систем і системного аналізу*. ХНАМГ.
14. Кадієвський, В. А., Перхун, Л. П., Братушка, С. М., & Синявська, О. О. (2014). *Стійкість динамічних систем з неперервним часом.* ПП Вінниченко М. Д. ФОП Литовченко Є. Б.
15. Тараканов, К. В., Овчаров, Л. А., & Тырышкин, А. Н. (1974). *Аналитические методы исследования систем*. Советское радио.
16. Ткаченко, В. І., & Смірнов, Є. Б. (2008). *Теорія прийняття рішень органами військового управління*. (За ред. В. І. Ткаченка, Є. Б. Смірнова). ХУПС.
17. Шматок, С. О. (2004). *Задачі дослідження операцій: вирішення методами теорії систем.* ЦНДІ ЗС України.
18. Kirsanov, S., Dobrovolskyi, Y., Musienko, V., & Pobereznec, T. (2022). Mathematical model of failure of control points of perspective automated control system of troops and their restoration. *Journel of scientific papers social development and security*, *3*, 98–110.
19. Semenenko, O., Kirsanov, S., Mashkin, O., Pravdyvets, O., & Petrozhalko, V. (2022). Mathematic model of the troop management cycle based on a continuous Markov chain for an automated control system. *Iranian journal of war and public health*, *14* (3), 271–278.
20. Атанс, М., & Фалб, П. *Оптимальное управление*. (1968). (Пер. с англ.). (Ю. И. Топчеев, Ред.). Машиностроение.
21. Айзерман, М. А. (1966). *Теория автоматического регулирования*. Наука.

**References**

1. Ananiev O.M., Bilyk V.M., Honcharuk Ya.A. (2006). *Information systems and technologies in commercial activities.* New World.
2. Bakhrushyn V.Ye. (2009). *The mathematical foundations of system modelling.* Classical private university.
3. Yelsholts V.D. (2008). *An introduction to optimal control.* Yutas.
4. Venttsel E.S. (1972). *Operations Research.* Soviet Radio.
5. Husak Yu.A., Kirsanov S.O., & Ostrovskyi S.M. (2021). Automated C2 system mathematical model in Automated C2 system of C4ISR type. *Modern information technologies in the security and defence sector, 1* (40), 47–54.
6. Demydovych B.P. (1967). *Mathematical stability theory lectures.* Nauka.
7. Kirsanov S.O. (2022). A method for substantiating the requirements for survivability of a prospective automated C2 system. *Scientific Proceedings of the State Research Institute for Testing and Certification of Armaments and Military Equipment, 2* (12), 53–63.
8. Kirsanov S.O. (2021). *Methodical approach to substantiating the requirements for the command and control bodies' operational efficiency of a prospective automated C2 system*. Armament systems and military equipment, *3* (67), 81–86.
9. Yelsholts L.E. (1969). *Higher Mathematics and Mathematical Physics Course. Volume. 3. Differential equations and variational calculus.* (Edited by A. N. Tikhonov, V. A. Ilin, A. H. Sveshnikov). Nauka.
10. Krasiahyn L.S., Boltianskyi V.H., Hamkaralidze R.V., & Mishchenko Ye.F. (1961). *Mathematical theory of optimal processes.* Gos. izdvo fiz.-mat. lit.
11. Pavlenko P.M., Filonenko S.F., Cherednikov O.M., & Treitiak V.V. (2017). *Systems and process mathematical modelling*. National Aviation University.
12. Krasnov M.L., Kyselev A.Y., & Makarenko H.Y. (2002). *Ordinary differential equations: problems and examples with detailed solutions.* URSS unitary.
13. Soroka K. O. (2004). *Systems theory and systems analysis fundamentals*. O.M. Beketov National University of Urban Economy in Kharkiv.
14. Kadiievskyi V.A., Perkhun L.P., Bratushka S. M., & Syniavska, O. O. (2014). *Dynamical systems with continuous time stability.* Private entrepreneur Vinnichenko M. D. Individual entrepreneur Lytovchenko Ye. B.
15. Tarakanov K.V., Ovcharov L.A., & Tyryshkin A.N. (1974). *Analytical methods for systems research*. Soviet Radio.
16. Tkachenko V.I., & Smirnov Ye.B. (2008). *Decision making theory of military command and control bodies*. (Edited by V. I. Tkachenko, Ye. B. Smirnov). Kharkiv University of Air Force.
17. Shmatok S.O. (2004). *Operational research tasks: solving them by system theory methods.* The Central Research Institute of the Armed Forces of Ukraine.
18. Kirsanov, S., Dobrovolskyi, Y., Musienko, V., & Pobereznec, T. (2022). Mathematical model of failure of control points of perspective automated control system of troops and their restoration. *Journel of scientific papers social development and security*, *3*, 98–110.
19. Semenenko, O., Kirsanov, S., Mashkin, O., Pravdyvets, O., & Petrozhalko, V. (2022). Mathematic model of the troop management cycle based on a continuous Markov chain for an automated control system. *Iranian journal of war and public health*, *14* (3), 271–278.
20. Atans M., & Falb P. *Optimal management*. (1968). (Translation from English.). (Yu. I. Topcheev, Edited.). Machine building.
21. Aizerman, M. A. (1966). *Automatic regulation theory*. Nauka.

The Central Research institute
of the Armed Forces of Ukraine

Military Science. Vol. 2 No. 2 (2024)

# A mathematical model of the stability of the operation of the situational awareness system of the area of operations (combat operations) based on the use of reconnaissance unmanned aircraft systems

**Vadym Sukharevskyi**
The Unmanned Systems Forces of the Armed Forces of Ukraine Commander
The Unmanned Systems Forces of the Armed Forces of Ukraine Command
03168, Povitrianykh Syl avenue, 6, Kyiv, Ukraine
e-mail: V.Sukharevskyi@mil.ua

**Serhii Kirsanov**
Doctor of Technical Sciences, Senior Researcher
Chief of the Scientific and Research Centre
The Central Research Institute of the Armed Forces of Ukraine
03049, Povitrianykh Syl avenue, 28 B, Kyiv, Ukraine
e-mail: ksacndi@ukr.net
ORCID: 0000-0002-9696-0369

**Oleksandr Vodchyts**
Candidate of Technical Sciences (PhD), Associate Professor
Head of the military training department
National Aviation University
03058, Lubomir Guzar avenue, 1, Kyiv, Ukraine
e-mail: agv64agv@gmail.com
ORCID: 0000-0002-3294-7632

**Roman Voytsehovskiy**
Postgraduate of the Department of Millitary
Management of the Institute of State Military Management
The National Defense University of Ukraine
03049, Povitrianykh Syl avenue, 28, Kyiv, Ukraine
e-mail: voytsehovskiy31@gmail.com
ORCID: 0009-0000-6408-9620

**Abstract.** The combat actions experience during the repulsion of the russian federation's full-scale aggression against Ukraine has shown the extraordinary effectiveness of unmanned aerial systems (systems) in solving the tasks of reconnaissance, destroying enemy targets, directing and regulating the missile and artillery forces' fire, remotely mining areas, transporting material and technical assets to the designated areas (zones) of the operation, etc. Particular attention is paid to unmanned aerial systems (systems), which interconnect to form an area of operation (combat operations) situational awareness system.

However, due to the influence of both internal (periodic changes in the number of unmanned aerial complexes (systems) in the air) and external factors (influence of enemy electronic warfare, fire strikes), such a system is not stable, which is reflected in the loss of intelligence information due to the inability to process it in a timely manner.

Considering the above, the article develops a mathematical model of the sustainability of the functioning of an area of operation situational awareness system, the novelty of which is that it describes the system's functioning under the constant influence of both external and internal factors,

under the condition of performing the designated tasks k UAVC (S), and also determines the conditions for ensuring the sustainability of the system's functioning over time through the justification of the permissible information volumes that can be processed both at the beginning of its functioning and in the future, with the intensity of information processing constantly changing. With the help of the model, it is possible to determine the system's stable functioning conditions and the information processing duration under constant disturbances (influence of constant factors), which makes it possible to adjust (if need) the relevant indicators to achieve the required values of operational and sustainable of it's functioning.

**Keywords:** system sustainability, average volume of information, Lyapunov equation, nonlinear dynamic system, constant system disturbance, unmanned aerial systems, situational awareness system.